

Concours d'entrée au 2nd cycle de la formation d'ingénieur

Epreuve de Mathématiques

Durée : 2hrs

Exercice 1 :

Soient les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \text{ et } E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

- 1- Calculer les sommes suivantes : $A + B$ et $2D - 3E$
- 2- Calculer si possibles les produits suivants : AC, DE et CE
- 3- Calculer : $\det A$ puis $\det D$ et interpréter.

Exercice 2 :

- 1- Calculer les intégrales suivantes :

a) $\int_0^1 t e^t dt$, b) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x (\sin x)^3 dx$

- 2- Calculer les dérivées partielles d'ordre 1 et 2 des fonctions suivantes :

a) $f(x, y) = 2x^2 + 3y^4$

b) $h(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$

- 3- Lesquelles des fonctions ci-dessus sont harmoniques ?

NB : Une fonction harmonique est une fonction dont le Laplacien est nul

(le laplacien de f est noté $\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$)

Exercice 3 :

Soit l'équation (E): $iz^2 + z - 3 + i = 0$

- 1- Calculer $(3 + 2i)^2$
- 2- Calculer le discriminant de (E)
- 3- Déterminer les solutions de (E)

Exercice 4

Soit l'équation différentielle ordinaire suivante : $y'' - 5y' + 6y = xe^x$

- 1) Dédurre son équation homogène associée puis déterminer la solution de cette équation homogène notée $y_0(x)$
- 2) Déterminer $a, b \in \mathbb{R}$, tel que $y_p(x) = (ax + b)e^x$ soit solution particulière de l'équation non homogène
- 3) En déduire la solution complète de l'équation différentielle ordinaire